ЛЕКЦИЯ 5
Глава 5
СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

Решение задач значительно упрощается, если прямые линии и плоскости занимают частное положение относительно плоскостей проекций. В этом случае ответ получается или непосредственно по данному чертежу, или при помощи простейших построений.

Переход от общего положения геометрических элементов к частному выполняется следующими способами:

- введением дополнительных плоскостей проекций, расположенных либо параллельно, либо перпендикулярно рассматриваемому геометрическому элементу;
- изменением положения линии или плоской фигуры в пространстве при неизменной системе плоскостей проекций.

Основные задачи преобразования:

1) прямая линия общего положения становится прямой уровня;
2) прямая линия общего положения становится проецирующей прямой;
3) плоскость общего положения становится проецирующей плоскостью;
4) плоскость общего положения становится плоскостью уровня.

5.1. Способ замены плоскостей проекций

Сущность способа заключается в том, что положение заданных элементов (точек, линий, фигур, поверхностей) в пространстве остается неизменным, а система плоскостей проекций π_1/π_2 дополняется новыми плоскостями, по отношению к которым элементы задачи (прямая, плоскость) занимают частное положение. При этом новые плоскости проекций образуют с π_1 и π_2 или между собой системы взаимно перпендикулярных плоскостей проекций.

На рис. 5.1 показана точка A, заданная в системе плоскостей проекций π_1/π_2. Заменим π_2 другой вертикальной плоскостью π_4 и построим новую фронтальную проекцию A^{IV} на эту плоскость. Так как плоскость проекций π_1 является общей для систем π_1/π_2 и π_1/π_4, то координата z точки A остается неизменной. Следовательно, расстояние от новой фронтальной проекции до новой оси x_1 равно расстоянию от заменяемой проекции до оси x. При этом проекция A^{IV} определена как основание перпендикуляра, опущенного из A на π_4. Горизонтальная проекция A' остается прежней, а координата y в системе π_1/π_4 будет теперь иной и определяется расстоянием от точки A до плоскости π_4.

Для получения плоского чертежа плоскость π_4 вращением совмещается с π_1. Совмещается с π_1 и новая фронтальная проекция A^{IV}, которая располагается на общем перпендикуляре с оставшейся без изменения горизонтальной проекцией A' (рис. 5.2).

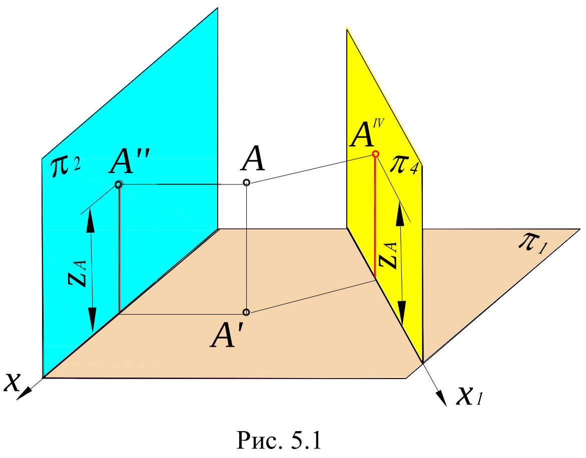


Рис. 5.1

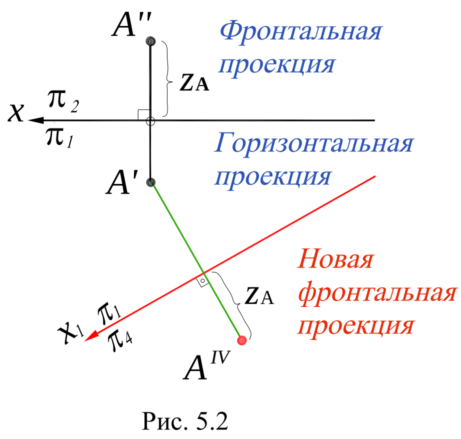


Рис. 5.2

Аналогично можно заменить горизонтальную плоскость проекций π_1 на новую, перпендикулярную π_2. В этом случае не изменяется величина координаты y, которая определяет расстояние от точки до общей для двух систем плоскости π_2.

Можно ввести новую плоскость проекций, сохранив в качестве общей (связующей) плоскости не π_1, а π_2. При этом все построения проводят аналогично предыдущему случаю.

5.1.1. Преобразование прямой общего положения в положение прямой уровня

Для преобразования прямой *AB* в прямую уровня (т. е. параллельную плоскости проекций) (рис. 5.3) вводят новую плоскость проекций π_4 так, чтобы ось проекций x_1 была параллельна какой-либо проекции *AB* (в данном случае – $A'B'$). Затем проводятся линии связи перпендикулярно оси x_1 и откладываются координаты Z для построения проекций A^{IY}и B^{IY}, равные координатам z проекций A'' и B''. Новая проекция прямой A^{IY}и B^{IY} дает натуральную величину отрезка *AB* и позволяет определить угол наклона φ_1 этого отрезка к плоскости проекций π_1. Угол наклона отрезка *AB* к фронтальной плоскости проекций φ_2 можно определить, построив его изображение на дополнительной плоскости проекций π_5 (рис.5.4). Ось x_1 параллельна фронтальной проекции отрезка $A''B''$. Проекция $A^V B^V$ также будет представлять собой натуральную величину отрезка *AB*.

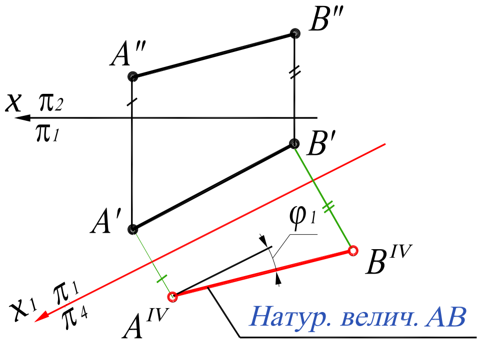


Рис.5.3

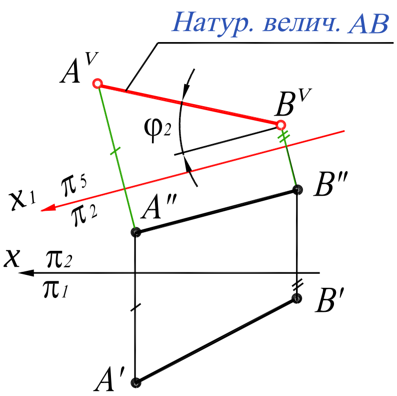


Рис.5.4

5.1.2. Преобразование прямой общего положения в проецирующую

Преобразование прямой общего положения в проецирующее положение требует двойной замены плоскостей проекций, так как плоскость, перпендикулярная прямой, не будет перпендикулярна ни к π_1, ни к π_2, т. е. она не образует с плоскостью проекций ортогональной системы.

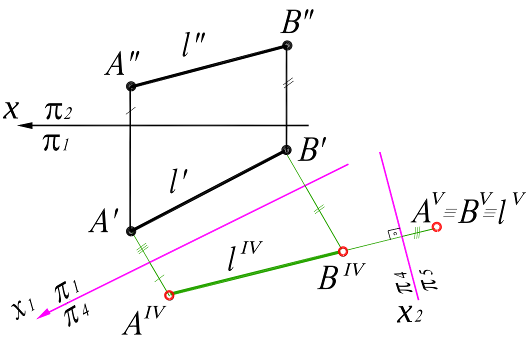


Рис. 5.5

На рис. 5.5 выполнено преобразование прямой *AB* общего положения в проецирующее.

Вначале производится преобразование прямой *AB* в прямую, параллельную плоскости π_4. Для этого проводится новая ось проекций $x_1 \parallel A'B'$ и находится проекция $A^{IY}B^{IY}$. Затем переходим к системе плоскостей π_4/π_5, сделав прямую *AB* перпендикулярной к π_5. При этом ось проекций x_2 проводится перпендикулярно к $A^{IY}B^{IY}$. На плоскость проекций π_5 прямая *AB* спроецируется в точку.

5.1.3. Преобразование плоскости общего положения в проецирующее положение

Известно, что если одна плоскость перпендикулярна другой, то она должна содержать прямую, перпендикулярную этой плоскости. В качестве такой прямой для преобразований плоскости в проецирующее положение следует взять прямую уровня, например, горизонталь h (A1) (рис. 5.6).

Плоскость π_4, перпендикулярная к горизонтали A1 и плоскости π_1, является плоскостью, перпендикулярной к плоскости треугольника ABC. Новая ось проекций x_1 проводится перпендикулярно проекции горизонтали $A'1'$. Затем определяются проекции вершин треугольника на плоскость π_4 . Проекция $A^{IY}B^{IY}C^{IY}$ вырождается в прямую, что свидетельствует о том, что плоскость треугольника перпендикулярна плоскости π_4. При этом угол φ_1 наклона плоскости треугольника ABC к плоскости π_1 на плоскость π_4 проецируется без искажения.

Аналогичное преобразование выполнено на рис. 5.7, где плоскость π_1 заменена плоскостью π_4, перпендикулярной π_2 и плоскости треугольника ABC. Для этого в плоскости ABC проведена фронталь f (A1), перпендикулярно к которой располагается плоскость π_4. Новая ось x_1 проведена перпендикулярно $A''1''$.

На линиях связи, проведенных из вершин треугольника ABC перпендикулярно оси x_1, откладывают отрезки, равные y_A, y_B y_C (отмечены черточками). Плоскость треугольника относительно π_4 стала проецирующей. Угол φ_2 наклона плоскости треугольника ABC к плоскости π_2 на плоскости π_4 проецируется без искажения.

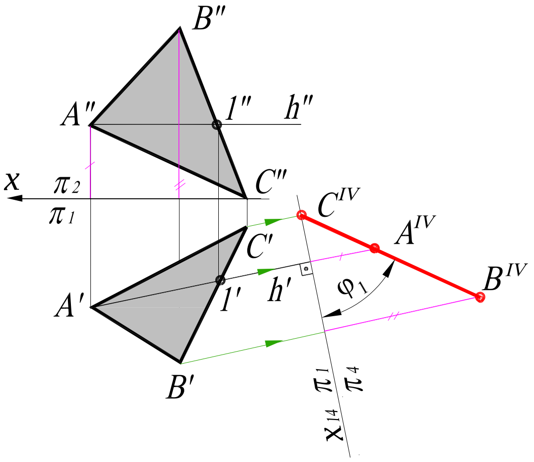


Рис. 5.6

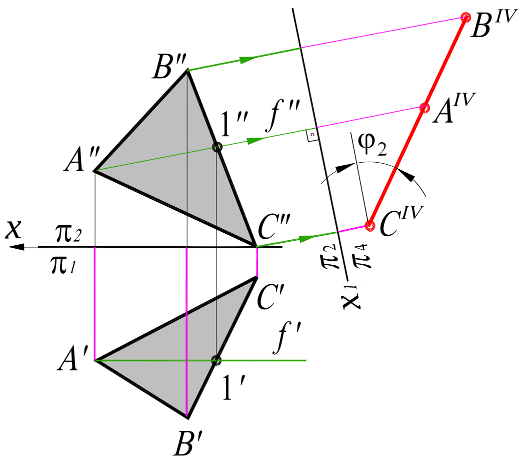


Рис. 5.7

5.1.4. Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня

Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня требует двойной замены плоскостей проекций, так как плоскость, параллельная заданной плоскости, не будет перпендикулярна ни π_1 ни π_2, т. е. она не образует с плоскостью проекций ортогональной системы. На рис. 5.8 показано преобразование плоскости треугольника ABC общего положения в положение уровня.

При первой замене (π_2 на π_4) используется горизонталь треугольника h (A1). Новая ось проекций x_1 проводится перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали h ($A'1'$). Спроецировав треугольник ABC на новую плоскость проекций π_4, получим проекцию $A^{IY}B^{IY}C^{IY}$. Эти построения описаны выше.

На втором этапе преобразуем плоскость треугольника ABC в плоскость уровня. Для этого перейдем от системы π_1/π_4 к системе π_4/π_5. Новая плоскость π_5 устанавливается параллельно треугольнику, а значит, новая ось x_2 на чертеже проводится параллельно прямой, на которой расположены точки A^{IY}, B^{IY}, C^{IY}.

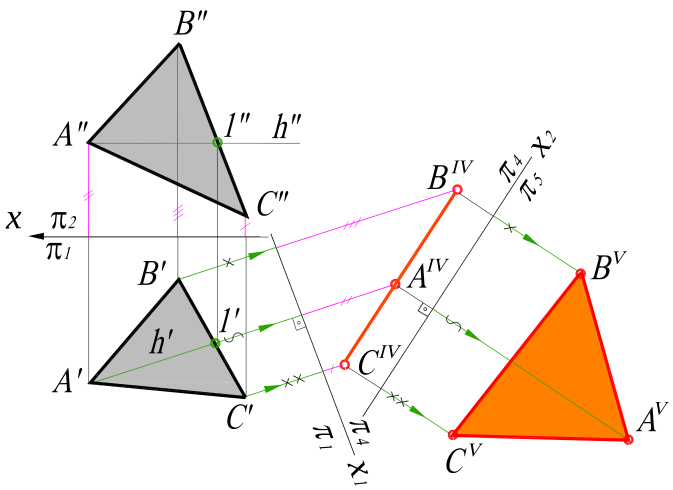


Рис. 5.8

Через указанные точки проводят перпендикуляры – линии связи к новой оси x_2, и откладывают на них в плоскости π_5 отрезки, равные по длине расстояниям от оси x_1 до вершин A', B' и C' соответственно. Полученная проекция $A^VB^VC^V$ определяет истинную величину треугольника.

Подобные двойные преобразования используются для решения задач на определение углов при вершинах треугольника, построение высот и биссектрис его углов, центра вписанной (описанной) окружности и т. п., так как эти задачи требуют определения натуральных величин треугольников.

5.2. Способ вращения

При использовании способа вращения положение плоскостей проекций не изменяется, изменяется лишь положение заданных геометрических элементов.

При вращении вокруг неподвижной прямой (оси вращения) каждая точка геометрического элемента перемещается в плоскости, перпендикулярной к оси вращения (плоскости вращения). Точка перемещается по окружности, центр которой находится в точке пересечения оси с плоскостью вращения (центр вращения), а радиус вращения равен расстоянию от вращаемой точки до центра (радиус вращения). Если точка находится на оси вращения, то она остается неподвижной.

5.2.1. Вращение точки вокруг проецирующих прямых

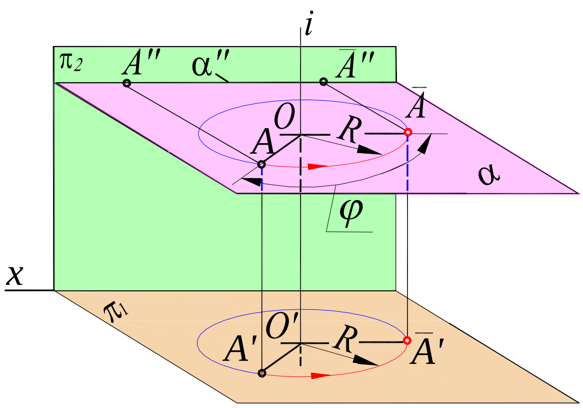


Рис.5.9

На рис. 5.9 дано наглядное изображение точки A, вращающейся вокруг оси i, перпендикулярной к плоскости π_1.

Точка A, вращаясь вокруг оси i, описывает окружность, плоскость α которой перпендикулярна i. Центр окружности O (центр вращения) расположен в точке пересечения оси вращения i с плоскостью α, а радиус вращения R – это отрезок OA. Так как плоскость вращения α параллельна плоскости π_1, то проекция траектории вращающейся точки на плоскость π_1 представляет собой окружность радиуса R, а на плоскость π_2 – отрезок прямой, параллельной оси x.

Через $\overline{A}$ обозначено новое положение точки A, которое она занимает после поворота на угол φ.

На рис. 5.10 приведен ортогональный чертеж точки A, вращающейся вокруг горизонтально-проецирующей оси i. После поворота на угол φ точка A займет новое положение $\overline{A}$ (α – плоскость вращения, O – центр вращения, R – радиус вращения).

Если ось вращения i расположена перпендикулярно плоскости π_2 (рис. 5.11), то фронтальная проекция точки A будет перемещаться по окружности, а горизонтальная – по прямой, перпендикулярной линиям связи. Новое положение точки, которое она занимает после поворота на угол φ – точка $\overline{A}$. Плоскость вращения – фронтальная плоскость α (α′).

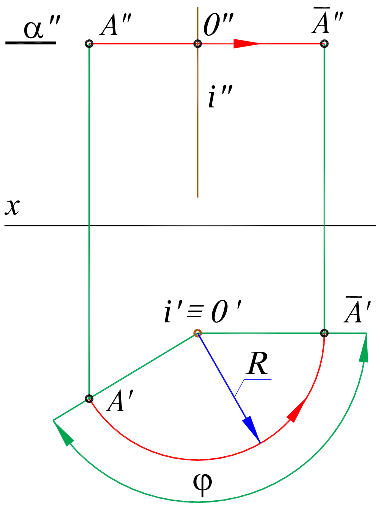


Рис. 5.10

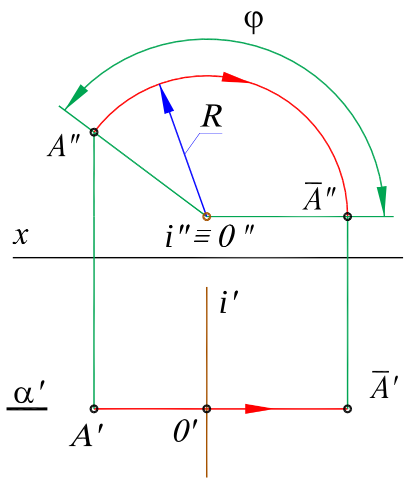


Рис. 5 11

Для поворота отрезка прямой на заданный угол необходимо повернуть на этот угол две точки, определяющие отрезок. Каждая из этих точек вращается в плоскости, перпендикулярной оси вращения, и будет иметь свой радиус вращения.

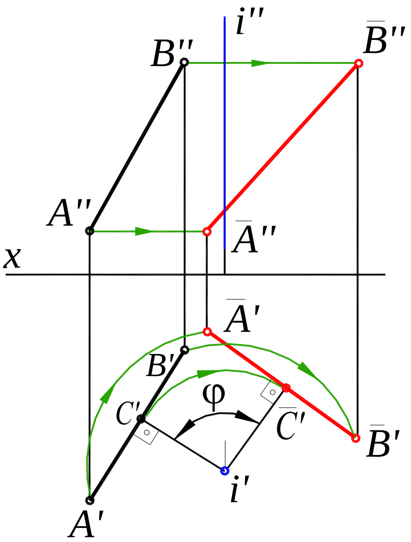


Рис. 5.12

Для решения задач, связанных с вращением отрезка прямой, удобно использовать способ, приведенный на рис. 5.12. Отрезок прямой AB следует повернуть на угол φ вокруг горизонтально проецирующей оси i. Из проекции оси i проводим перпендикуляр $i'C'$ к проекции $A'B'$ и поворачиваем основание перпендикуляра O' на заданный угол φ.

Проводим через $\overline{C}'$ (новое положение точки C') прямую, перпендикулярную к $i'\overline{C}'$, и получаем направление нового положения горизонтальной проекции отрезка. При пересечении построенной прямой с дугами радиусов $i'A'$ и $i'B'$ получаются точки $\overline{A}'$ и $\overline{B}'$, определяющие новое положение отрезка. Фронтальные проекции A'' и B'' точек A и B перемещаются по горизонтальным прямым, перпендикулярным линиям связи, и находятся на пересечении этих прямых с линиями связи, проведенными через проекции $\overline{A}'$ и $\overline{B}'$.

В ряде случаев ось вращения может быть выбрана проходящей через один из концов отрезка. В этом случае поворот отрезка упрощается, так как точка, через которую проходит ось, остается неподвижной и для поворота отрезка надо построить новое положение проекций только одной точки – другого конца.

На рис. 5.13 горизонтально-проецирующая ось i проведена через конец отрезка AB – точку A. Точка A остается неподвижной, а точку B повернем так, чтобы горизонтальная проекция $A'\overline{B}'$ расположилась перпендикулярно линиям связи. В этом случае отрезок AB будет параллелен плоскости проекций π_2 и спроецируется на нее в натуральную величину. Построив фронтальную проекцию $A''\overline{B}''$, найдем, тем самым, натуральную величину отрезка AB. Угол φ_1 – угол наклона прямой AB к плоскости π_1.

На рис. 5.14 представлен поворот прямой AB вокруг фронтально-проецирующей оси i, проведенной через точку A. Фронтальную проекцию точки B повернем так, чтобы проекция $A''\overline{B}''$ расположилась перпендикулярно линиям связи. Отрезок AB станет параллельным плоскости проекций π_1 и спроецируется на нее в натуральную величину. Построив горизонтальную проекцию $A'\overline{B}'$, определим натуральную величину отрезка AB и угол наклона φ_2 к плоскости π_2.

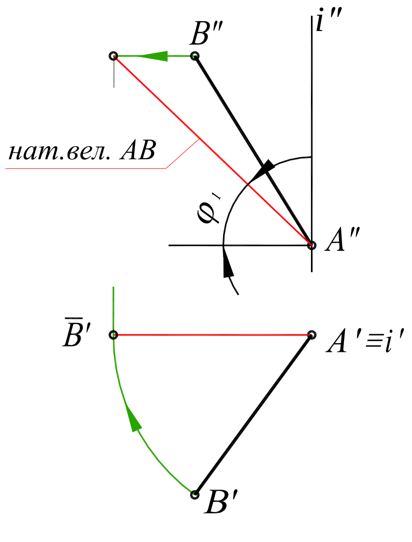


Рис. 5.13

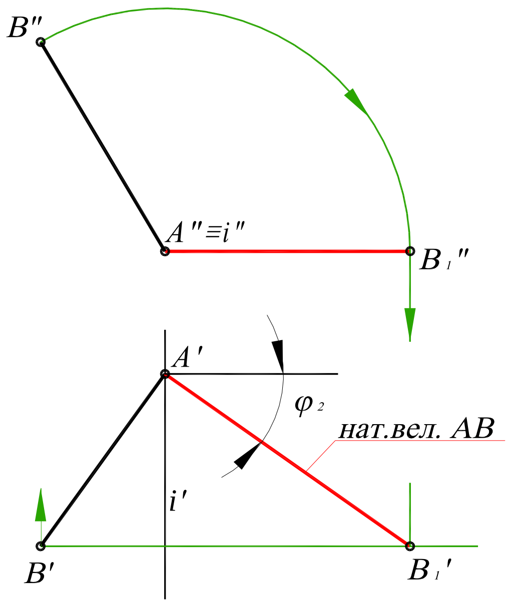


Рис. 5.14

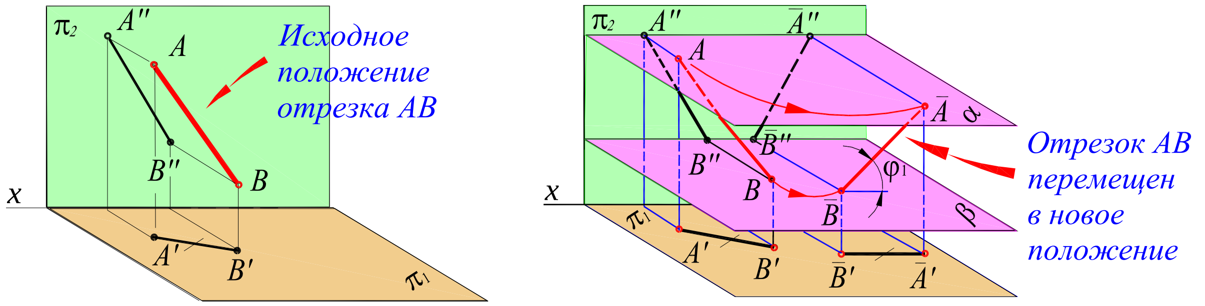
Поворот плоскости вокруг оси сводится к повороту принадлежащих ей точек и прямых линий. Если плоскость задана плоской фигурой, то одна из проекций, поворачиваясь, не изменяет размеров и формы, а проекции точек другой перемещаются по прямым, перпендикулярным линиям связи.

5.2.2 Плоскопараллельное перемещение отрезка

Применение способа вращения часто приводит к тому, что преобразованная проекция фигуры накладывается на заданную. Построение и чтение такого чертежа становится затруднительным. Этого недостатка лишен способ плоскопараллельного перемещения, позволяющий более свободно пользоваться полем чертежа для размещения преобразованных проекций геометрической фигуры.

При плоскопараллельном перемещении все точки геометрической фигуры движутся в плоскостях, параллельных плоскости проекций, т. е. сохраняется основной принцип вращения вокруг проецирующих осей. Поэтому можно считать плоскопараллельное перемещение вращением вокруг проецирующих осей, но без указания осей вращения.

На рис. 5.15 приведено наглядное изображение плоскопараллельного перемещение отрезка *AB*. На рис. 5.15, *а* дано исходное положение отрезка *AB* – прямой, занимающей относительно плоскостей проекций общее положение. На рис. 5.15, *б* отрезок *AB* перемещен в новое положение, точки *A* и *B* движутся в горизонтальных плоскостях α и β.



а *б*

Рис. 5.15

Отметим, что при таком движении угол наклона φ_1 отрезка к плоскости π_1 сохраняется неизменным. Поэтому не изменяется и длина горизонтальной проекции отрезка, т. е. $A'B' = \overline{A}'\overline{B}'$. Последнее свойство имеет важное значение, так как используя его, мы получаем возможность проецировать объект в удобном для решения задач положении.

На рис. 5.16 приведен комплексный чертеж, на котором выполнено плоскопараллельное перемещение отрезка *AB*, занимающего общее положение, в новое положение, параллельное фронтальной плоскости проекций.

На этом чертеже отрезок AB перемещается в новое положение параллельно фронтальной плоскости проекций. При этом сначала перемещается в новое положение, параллельное оси *x*, горизонтальная проекция отрезка, причем $A'B' = \overline{A}'\overline{B}'$. Затем по линиям связи строится фронтальная проекция $\overline{A}''\overline{B}''$.

После перемещения отрезка *AB* в положение $\overline{A}\overline{B}$ он станет параллельным плоскости π_2 и его новая фронтальная проекция будет равна натуральной величине. Соответственно угол φ_1 наклона проекции $\overline{A}''\overline{B}''$ к оси проекций будет равен углу наклона отрезка *AB* к плоскости π_1. Отметим, что в данном случае новое положение горизонтальной проекции выбрано произвольно, исключающее наложение проекций отрезка.

На рис. 5.17 приведено двойное плоскопараллельное перемещение отрезка *AB* с целью преобразования его в фронтально-проецирующее положение.

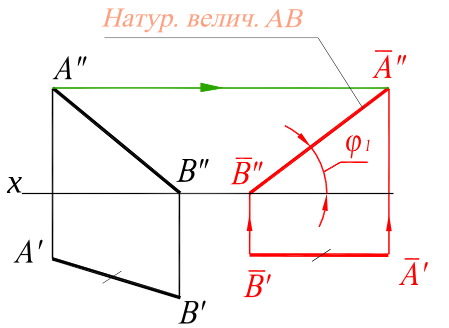


Рис. 5.16

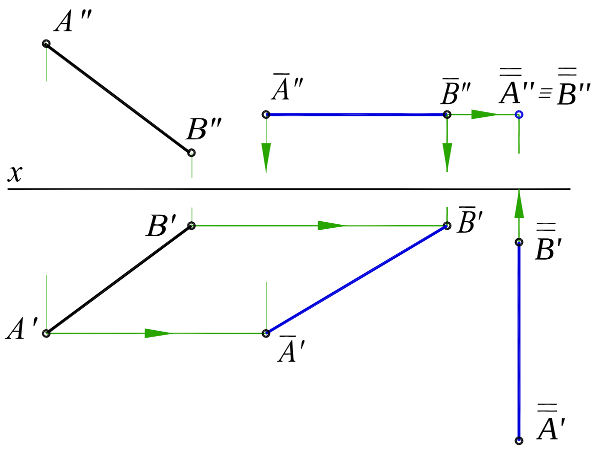


Рис. 5.17

Вначале производим перемещение фронтальной проекции в положение, параллельное оси x, причем $\bar{A}'\bar{B}' = A''B''$. Отрезок AB занял положение, параллельное плоскости π_1, и его горизонтальная проекция $\bar{A}'\bar{B}'$ равна длине отрезка. Затем перемещаем горизонтальную проекцию в положение, перпендикулярное оси x, причем $\bar{\bar{A}}'\bar{\bar{B}}' = \bar{A}'\bar{B}'$. Отрезок AB занял фронтально-проецирующее положение и его фронтальная проекция $\bar{\bar{A}}'' \equiv \bar{\bar{B}}''$.

На рис. 5.18 показаны стадии перемещения треугольника ABC, расположенного в плоскости общего положения, в положение плоскости уровня.

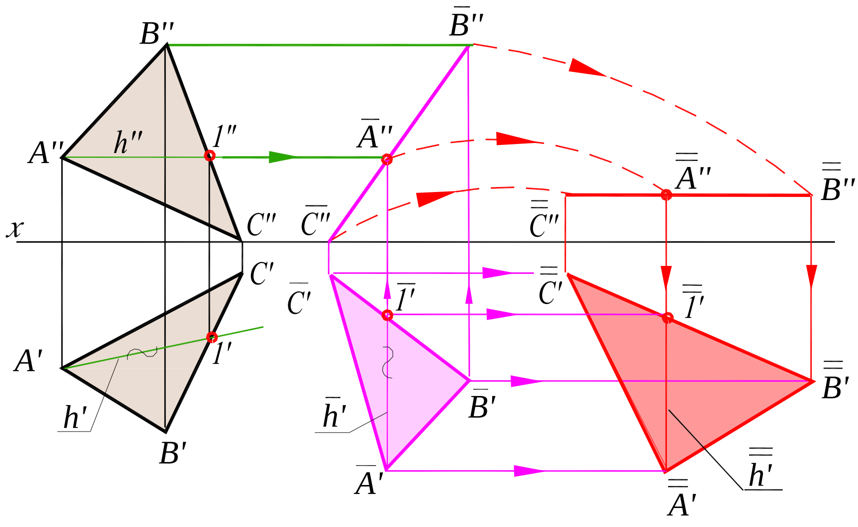


Рис. 5.18

При первом движении треугольник ABC переводится во фронтально-проецирующее положение. С этой целью в плоскости треугольника строится горизонталь $A1$, затем ее горизонтальная проекция отрезок $A'1'$ перемещается в проецирующее положение (на свободном поле чертежа проводится отрезок $\bar{A}'\bar{1}' = A'1'$ параллельно линиям связи). В процессе перемещения размеры и форма горизонтальной проекции треугольника не изменяются. Построение вершин $\bar{C}'$ и $\bar{B}'$ выполняются засечками с помощью циркуля.

Все вершины треугольника на фронтальной плоскости проекций перемещаются по горизонталям, пересечение которых с линиями связи, проведенными из соответствующих вершин новой горизонтальной проекции, образует вырожденную в прямую новую фронтальную проекцию $\bar{A}''\bar{B}''\bar{C}''$. При втором движении все точки треугольника перемещаются в плоскостях, параллельных фронтальной плоскости проекций, в результате чего он займет положение горизонтальной плоскости уровня и его вырожденная фронтальная проекция $A''B''C''$ расположится перпендикулярно линиям связи, оставаясь неизменной по длине. Горизонтальная проекция $\bar{\bar{A}}'\bar{\bar{B}}'\bar{\bar{C}}'$ треугольника ABC будет равна его натуральной величине.

5.2.3. Способ вращения вокруг прямой уровня

Поворот плоской фигуры используется для определения ее натуральной величины. Например, чтобы определить форму и размеры плоской фигуры, ее можно повернуть вокруг горизонтали так, чтобы в результате вращения фигура расположилась параллельно плоскости π_1.

Рассмотрим сначала поворот точки вокруг прямой уровня (рис. 5.19).

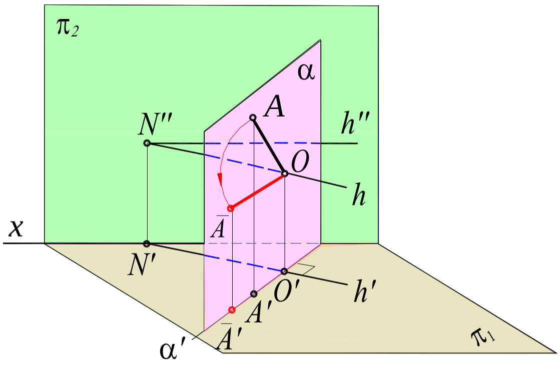


Рис. 5.19

Точка A вращается вокруг некоторой горизонтально расположенной оси ON'', описывая дугу окружности, лежащую в плоскости α.

Эта плоскость перпендикулярна к оси вращения и, следовательно, является горизонтально-проецирующей; поэтому горизонтальная проекция окружности, описываемая точкой A, должна находится на следе-проекции α'. Если радиус OA займет положение, параллельное плоскости π_1, то проекция $O'A'$ окажется равной натуральной величине радиуса OA.

На рис. 5.20 рассмотрим поворот треугольника ABC вокруг горизонтали h (AD) до положения, параллельного плоскости π_1.

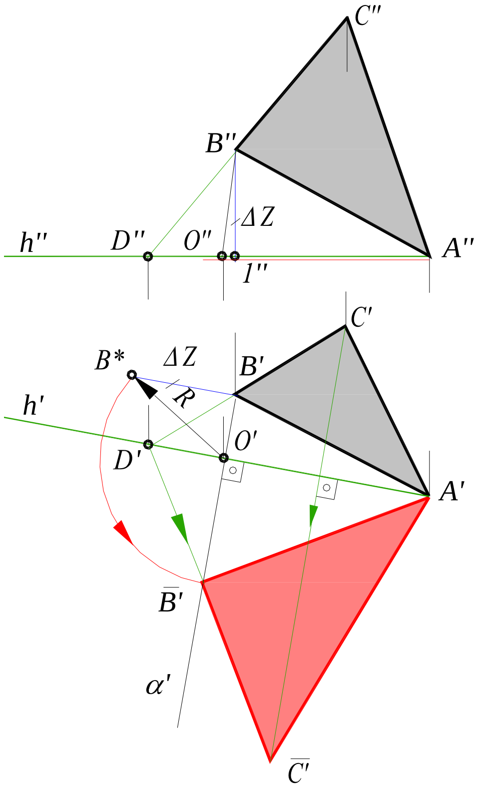


Рис. 5.20

Точка A, расположенная на оси вращения, останется на месте. Следовательно, для изображения горизонтальной проекции треугольника после поворота надо найти положение проекций других двух вершин.

Так, точка B, вращаясь вокруг горизонтали AD, будет перемещаться в горизонтально-проецирующей плоскости α, след-проекция α' которой перпендикулярен проекции $A'D'$. Точка пересечения α' и проекции горизонтали $A'D'$ определяет горизонтальную проекцию центра вращения – точку O'. По линии связи находим фронтальную проекцию O'' центра вращения. Соединив одноименные проекции точек O и B, получим проекции радиуса вращения $O'B'$ и $O''B''$.

Теперь надо определить натуральную величину радиуса вращения точки B. Для этого применяется способ прямоугольного треугольника. По катетам $O'B'$ и $B'B^* = \Delta z$ строим прямоугольный треугольник $O'B'B^*$, гипотенуза его равна радиусу R вращения точки B. Новое положение горизонтальной проекции $\overline{B}'$ точки B определяем, делая засечку на следе-проекции α' дугой радиуса R, равной натуральной величине радиуса вращения точки B. Для нахождения $\overline{C}$ можно не определять натуральную величину радиуса вращения точки C. Положение точки C определяется в пересечении двух прямых, из которых одна является перпендикуляром, проведенным из точки C' к прямой $A'D'$, а другая проходит через найденную точку $\overline{B}'$ и точку D' (горизонтальную проекцию точки D, принадлежащей стороне BC и расположенную на оси вращения). Проекция $A'\overline{B}\overline{C}$ выражает натуральную величину треугольника ABC, так как после поворота плоскость треугольника параллельна плоскости π_1. Фронтальная проекция треугольника совпадает с фронтальной проекцией горизонтали, т. е. представляет собой прямую линию.

На рис.5.20 дано построение для случая, когда горизонталь проведена вне проекций треугольника. Это позволяет избежать наложения проекций одной на другую, но чертеж занимает несколько большую площадь.

Если требуется повернуть плоскую фигуру до положения, параллельного плоскости π_2, то за ось вращения надо выбрать фронталь.

5.3. Примеры решения задач

Задача 1. Определить кратчайшее расстояние между скрещивающимися прямыми *AB* и *CD* общего положения и построить проекции общего перпендикуляра (рис. 5.21).

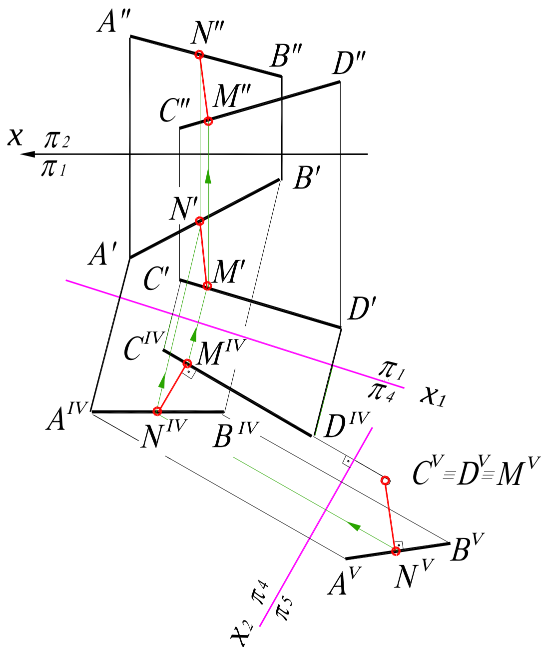


Рис. 5.21

Решение. Расстояние между скрещивающимися прямыми измеряется длиной перпендикуляра, общего к заданным прямым. Для решения задачи используем способ замены плоскостей проекций. Если в результате преобразования одна из прямых станет проецирующей относительно какой-то плоскости проекций, то перпендикуляр, опущенный из «вырожденной» проекции прямой на другую прямую, параллелен этой плоскости проекций и проецируется на нее в натуральную величину.

Двойной заменой плоскостей проекций преобразует прямую *CD* в проецирующую. Вначале построим проекции A^{IV} B^{IV} и C^{IV} D^{IV} на плоскость π_4, параллельную прямой *CD* ($x_1 \parallel C'\,D'$). Затем найдем проекции прямых A^V B^V и C^V D^V на плоскость π_5, перпендикулярную прямой *CD*. На плоскость π_5 прямая *CD* спроецируется в точку (C^V=D^V), а расстояние между нею и проекцией A^VB^V (отрезок M^VN^V) будет искомой натуральной величиной расстояния между заданными прямыми.

Методом обратного проецирования строим проекцию отрезка *MN* на плоскость π_4, причем точку M^{IV} на проекции $C^{IV}D^{IV}$ находим из того, что проекция $M^{IV}N^{IV}$ располагается параллельно оси x_2 (или перпендикулярно C^{IV} D^{IV}, так как отрезок *MN* параллелен плоскости π_5 . Пользуясь линиями связи, находим проекции отрезка *MN* сначала на плоскости π_1, а затем на плоскости π_2.

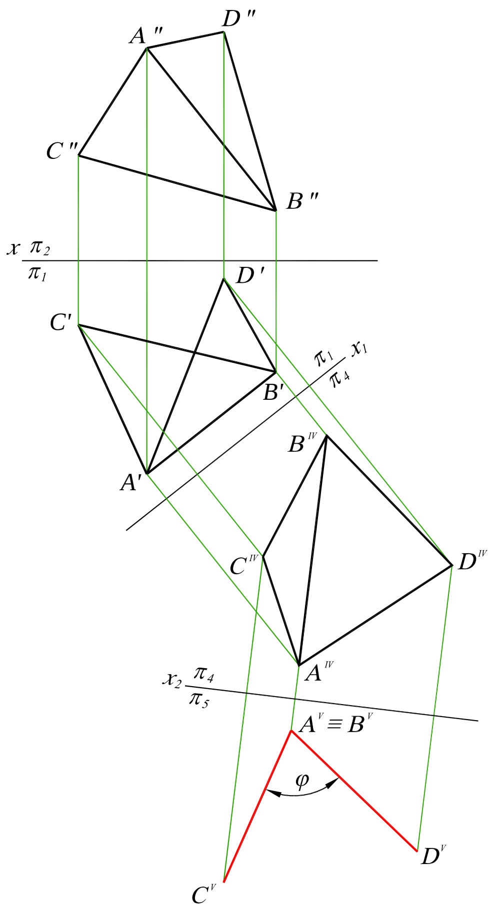


Рис. 5.22

Задача 2. Определить двугранный угол, образованный треугольниками *ABC* и *ABD* (рис.5. 22).

Решение. Используем способ замены плоскостей проекций. Ребром двухгранного угла служит общая сторона двух треугольников – отрезок *AB*. Если в результате преобразования *AB* окажется перпендикулярным к какой-то плоскости проекций, то обе грани двугранного угла спроецируются на нее в виде отрезков, угол между которыми равен по величине линейному углу данного двугранного угла. Преобразуем двойной заменой плоскостей проекций ребро *AB* в проецирующее положение. Последовательно переходя от системы π_1/π_2 к π_1/π_4, а затем к π_4/π_5, сделаем отрезок *AB* проецирующим. При этом ось $x_1 || A'B'$, а ось $x_2 \perp A^{IV}B^{IV}$. На плоскость π_5 ребро *AB* спроецируется в точку ($A^V \equiv B^V$), а двугранный угол – в виде линейного угла φ.

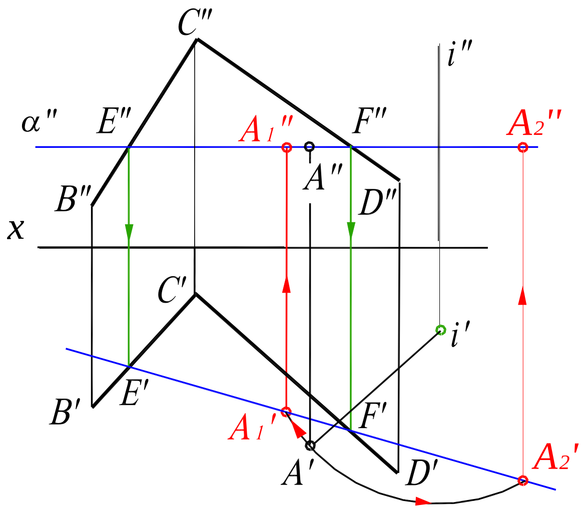


Рис. 5.23

Задача 3. Повернуть точку *A* вокруг оси *i* до совмещения ее с плоскостью α общего положения, заданной пересекающимися прямыми *BC* и *CD* (рис. 5.23).

Решение. Точка *A* вращается вокруг оси *i*, перпендикулярной к плоскости проекций π_1. Через точку *A* проведена плоскость α (α″), перпендикулярная к оси вращения и, следовательно, параллельная π_1. Горизонтальная плоскость α пересекая заданную (*BC* × *CD*) по горизонтали *FF* (*E″F″*, *E′F′*). При вращении точка *A* описывает окружность радиуса *A′i′*, величина которого определяется длиной перпендикуляра, проведенного из точки *A* на ось. Окружность проецируется на плоскость π_1 без искажения и пересекается с проекцией горизонтали *E′F′* в точках A'_1 и A'_2, которые являются горизонтальными проекциями точки *A*, совмещенной вращением с заданной плоскостью. Задача имеет два возможных решения.

По линиям связи находим фронтальные проекции точек A_1 и A_2, лежащих на горизонтали EF.

Задача 4. Плоскопараллельным перемещением расположить пирамиду $SABC$ так, чтобы ее основание ABC принадлежало горизонтальной плоскости проекций (рис. 5.24).

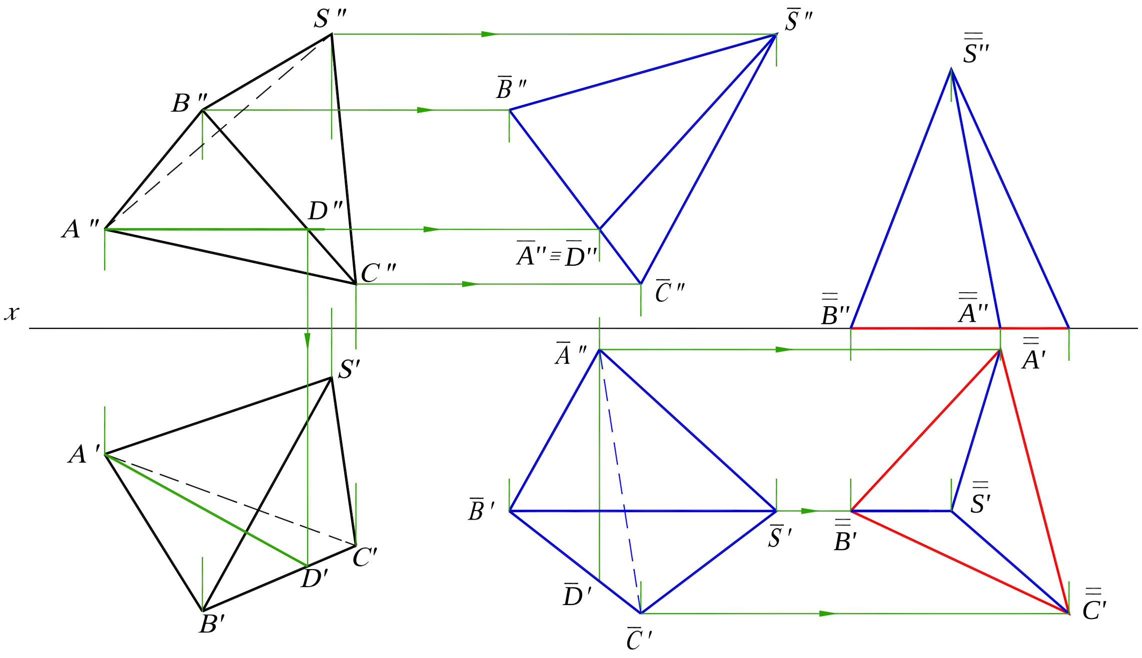


Рис. 5. 24

Решение. Перемещение пирамиды в искомое положение осуществим за две последовательные стадии.

1-я стадия. Преобразуем проекции пирамиды $SABC$ так, чтобы основание ABC заняло фронтально-проецирующее положение, т. е. перпендикулярное плоскости π_2. Для этого в плоскости треугольника ABC проводим горизонталь AD ($A''D''$, $A'D'$). Перемещаем горизонтальную проекцию основания так, чтобы проекция горизонтали $A'D'$ расположилась перпендикулярно оси x. Горизонталь окажется перпендикулярной плоскости π_2, а треугольник ABC, содержащий эту горизонталь, окажется перпендикулярным π_2. Вместе с основанием перемещается и вершина S пирамиды так, что вид и величина горизонтальной проекции ее не меняется. Новое положение горизонтальной проекции – $\overline{S}'\overline{A}'\overline{B}'\overline{C}'$. Фронтальные проекции S'', A'', B'', C'' перемещаются по прямым, параллельным оси. Новое положение фронтальной проекции – $\overline{S}''\overline{A}''\overline{B}''\overline{C}''$.

2-я стадия. Так как основание ABC пирамиды должно принадлежать плоскости π_1, то «вырожденная» проекция треугольника ABC будет совпадать с осью x. Исходя из этого, выполняем второе перемещение пирамиды в положение $\overline{\overline{SABC}}$, причем фронтальная проекция пирамиды не изменяет вида и размеров, а горизонтальные проекции точек S, A, B, C перемещаются по прямым, параллельным оси x.

З*адача* 5. Определить центр окружности, описанной вокруг треугольника ABC (рис. 5.25).

Решение. Центр описанной окружности треугольника определяется в пересечении перпендикуляров, проведенных через середины сторон треугольника, Так как стороны треугольника являются отрезками прямых общего положения, то прямые углы, образованные перпендикулярами и сторонами, проецируются с искажением. Определение центра описанной окружности можно выполнять только на натуральной величине треугольника.

Для нахождения натуральной величины использован способ вращения вокруг линии уровня. В плоскости треугольника *ABC* проведена горизонталь *AD* (*A''D''*, *A'D'*).

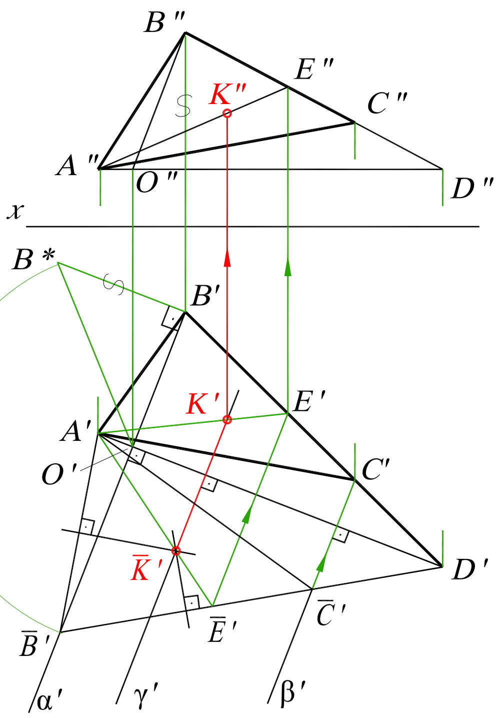


Рис.5.25

Точки *A* и *D*, расположенные на оси вращения, остаются неподвижными, а точка *B* вращается в горизонтально-проецирующей плоскости α (α'). Определим для точки *B* проекции центра вращения (*O'*,*O''*) и проекции радиуса вращения (*B'O'*, *B''O''*).

По двум проекциям радиуса вращения определим его истинную величину *B**O'*, используя способ прямоугольного треугольника. Откладываем натуральную величину радиуса вращения от *O'* на направлении следа-проекции α', т.к. радиус в исходном положении располагается параллельно плоскости π_1.Получаем точку $\overline{B}'$.

Положение точки $\overline{C}'$ определяем в пересечении отрезка $\overline{B}'D'$ со следом-проекцией β' плоскости вращения точки *C* (β' ⊥ *A'D'*). Соединяя найденные точки $\overline{B}'$ и $\overline{C}'$ с неподвижной вершиной *A'*, получим новую горизонтальную проекцию $A'\overline{B}'\overline{C}'$, определяющую натуральную величину треугольника *ABC*.

По истинной величине треугольника находим точку $\overline{K}'$ – центр описанной окружности. Для построения проекций *K'* и *K''* использована прямая *AE*, проходящая через центр описанной окружности. Так, проекция *K'* находится в пересечении проекции *A'E'* с плоскостью вращения точки *K* – горизонтально-проецирующей плоскостью γ (γ'). След-проекция γ' перпендикулярна *A'D'*. Проекцию *K ''* построим с помощью линии связи как находящуюся на прямой *AF*.

5.4. Вопросы для контроля

1. Сформулируйте основные задачи преобразования чертежа.
2. Перечислите способы преобразования чертежа.
3. В чем заключается способ замены плоскостей проекций?
4. Как преобразовать заменой плоскостей проекций прямую общего положения в прямую уровня, проецирующую прямую?
5. Как заменой плоскостей проекций определить углы наклона к плоскостям проекций плоской фигуры, расположенной в плоскости общего положения?
6. Как заменой плоскостей проекций определить натуральную величину фигуры, плоскость которой занимает общее положение?
7. Как перемещаются проекции точки при вращении ее вокруг проецирующих осей?
8. В чем заключается способ плоскопараллельного перемещения?
9. Как располагается плоскость вращения точки при вращении ее вокруг горизонтали, фронтали?